

Mockbank

mockbank.net

Inleiding Analyse

Midterm Mock 1 — Preview

Oefenen in tentamenstijl met uitgebreide nakijkmodellen.

Beschikbaar op mockbank.net

- 3 complete oefen-midterms
- Volledige uitwerkingen en nakijkmodellen
- Tentamenopmaak met antwoordvakken, 14 punten per mock
- Nederlandse en Engelse versie

Prijzen

1 mock + nakijkmodel €5

**Alle 3 mocks +
nakijkmodellen €12,50**

mockbank.net

In deze preview

- Pagina 2 — een complete voorbeeldvraag uit Mock 1
- Pagina 3-4 — het complete nakijkmodel bij die vraag
- Pagina 5 — wat de rest van de mock bevat

Onofficieel, onafhankelijk oefenmateriaal. Mockbank is niet verbonden aan of goedgekeurd door de Erasmus Universiteit Rotterdam. Er zijn geen echte EUR-tentamenvragen opgenomen.

Vraag 1 · BMT en verzamelingen · 2 punten

a. [1 punt]

Schrijf met behulp van een meetkundige reeks het getal $0,4151515\dots$ (na de eerste decimaal 4 herhalen de decimalen 15 zich oneindig vaak) als een breuk die niet verder te vereenvoudigen is.

Antwoord 1a**b. [1 punt]**

Zij $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 5\}$ en $B = (-1, 1]$. Schrijf het cartesische product $A \times B$ in set-builder notatie en maak een schets ervan in het (tweedimensionale cartesische) vlak. Geef duidelijk aan welke randpunten wel en welke niet tot $A \times B$ behoren.

Antwoord 1b

Maximaal 14 punten ($2 + 4 + 4 + 4$). Vink per onderdeel de toepasselijke criteria aan. Een uitwerking die langs een andere geldige route tot hetzelfde antwoord komt, krijgt de volle punten; zie telkens “Ook goed”. De criteria zijn routeneutraal bedoeld: beoordeel of de stap is gezet, niet of hij letterlijk zo is opgeschreven als in het modelantwoord. De aftrekpunten onder “Notatie en motivatie” volgen de manier waarop bewijzen in dit vak worden nagekeken; pas ze hoogstens één keer per onderdeel toe.

Vraag 1 · BMT en verzamelingen · 2 punten

Vraag 1a [1 punt]

Schrijf met behulp van een meetkundige reeks het getal $0,4151515\dots$ (na de eerste decimaal 4 herhalen de decimalen 15 zich oneindig vaak) als een breuk die niet verder te vereenvoudigen is.

Modelantwoord

$$0,4151515\dots = \frac{4}{10} + \frac{15}{1000} + \frac{15}{100\,000} + \dots = \frac{4}{10} + \frac{15}{1000} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{100}\right)^k.$$

De reeks is meetkundig met reden $r = \frac{1}{100}$ en $0 < r < 1$, dus $\sum_{k=0}^{\infty} r^k = \frac{1}{1-r}$. Dus

$$0,4151515\dots = \frac{4}{10} + \frac{15}{1000} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{4}{10} + \frac{15}{1000} \cdot \frac{100}{99} = \frac{4}{10} + \frac{15}{990} = \frac{4}{10} + \frac{1}{66} = \frac{132}{330} + \frac{5}{330} = \frac{137}{330}.$$

Omdat 137 een priemgetal is dat 330 niet deelt, is de breuk niet verder te vereenvoudigen.

Ook goed (volle punten):

- Gesplitst als $0,4151515\dots = \frac{1}{10} (4 + 0,151515\dots)$ met $0,151515\dots = \frac{15}{100} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{100}\right)^k = \frac{15}{99}$.
- Reeks vanaf $k = 1$: $\sum_{k=1}^{\infty} 15 \cdot \left(\frac{1}{100}\right)^k = 15 \cdot \frac{1/100}{1 - 1/100}$, mits de gebruikte formule bij de beginindex past.
- Iedere gelijkwaardige vorm, bijvoorbeeld $\frac{411}{990}$ vereenvoudigd tot $\frac{137}{330}$.

Nakijkmodel

1 / 1 pt

☒ **Correct antwoord** 1 pt
 $\frac{137}{330}$, met de meetkundige reeks uitgeschreven en de reden r benoemd.

☐ **Reeks goed opgezet, rekenfout** 0,5 pt
 Juiste termen en reden, verkeerde eindbreuk.

☐ **– geen meetkundige reeks gebruikt** –0,5 pt
 Bijvoorbeeld alleen de “ $100x - x$ ”-truc; de opgave vraagt om een meetkundige reeks.

☐ **– voorwaarde $|r| < 1$ niet genoemd** –0,25 pt
 De somformule wordt gebruikt zonder te controleren dat zij van toepassing is.

☐ **– breuk niet vereenvoudigd** –0,25 pt
 Bijvoorbeeld $\frac{411}{990}$ als eindantwoord.

Vraag 1b [1 punt]

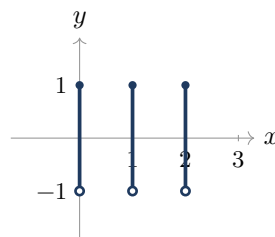
Zij $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 5\}$ en $B = (-1, 1]$. Schrijf het cartesische product $A \times B$ in set-builder notatie en maak een schets ervan in het (tweedimensionale cartesische) vlak. Geef duidelijk aan welke randpunten wel en welke niet tot $A \times B$ behoren.

Modelantwoord

Omdat $0^2 = 0$, $1^2 = 1$ en $2^2 = 4$ kleiner zijn dan 5 en $3^2 = 9$ niet, en omdat in dit vak $0 \in \mathbb{N}$, geldt $A = \{0, 1, 2\}$. Dus

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in \{0, 1, 2\}, b \in (-1, 1]\} = \{(a, b) \mid a \in \{0, 1, 2\}, -1 < b \leq 1\}.$$

De schets bestaat uit drie verticale lijnstukken bij $x = 0$, $x = 1$ en $x = 2$, van $y = -1$ (niet inbegrepen, open rondje) tot $y = 1$ (wel inbegrepen, dicht rondje).

**Ook goed (volle punten):**

- $A \times B$ geschreven als $\{0, 1, 2\} \times (-1, 1]$, of als de vereniging $\{0\} \times (-1, 1] \cup \{1\} \times (-1, 1] \cup \{2\} \times (-1, 1]$, mits A is uitgewerkt.
- Uitgesloten eindpunten aangegeven met een gestippeld uiteinde of “◦”, inbegrepen eindpunten met een doorgetrokken uiteinde of “●”: iedere duidelijke conventie.

Nakijkmodel

___ / 1 pt

**Correct antwoord****1 pt**

A bepaald, correcte set-builder notatie en een correcte schets waarin de eindpunten worden onderscheiden.

**Alleen set-builder notatie****0,5 pt**

Notatie correct, schets ontbreekt of is fout.

**Alleen schets****0,5 pt**

Schets correct, notatie ontbreekt of is fout.

**– $0 \notin A$** **–0,25 pt**

$A = \{1, 2\}$ gebruikt: in dit vak geldt $0 \in \mathbb{N}$.

**– eindpunten niet onderscheiden****–0,25 pt**

$y = -1$ en $y = 1$ op dezelfde manier getekend.

**– assen verwisseld****–0,5 pt**

Horizontale lijnstukken bij $y = 0, 1, 2$.

Dit is het complete nakijkmodel bij Vraag 1, zoals het in het volledige pakket staat. Iedere vraag in iedere mock wordt tot op dit detailniveau nagekeken, inclusief de aftrekpunten voor notatie en motivatie waar dit vak om bekendstaat.

Volledige Mock 1 · Wat de rest bevat · 14 punten in totaal

De volledige mock bestaat uit vier vragen van samen $2 + 4 + 4 + 4 = 14$ punten, de opbouw van een echte tussentoets van één uur. Vraag 1 staat compleet op pagina 2; de andere drie worden hieronder samengevat zonder de vragen zelf prijs te geven. Iedere bewijsvraag heeft de standaardaf trek voor ontbrekende motivatie, $\Leftrightarrow$ versus $=$, vergeten kwantoren en notatiefouten, zodat je je eigen werk kunt nakijken zoals het wordt nagekeken.

Vraag 1 · BMT en verzamelingen**2 punten**

Een repeterende breuk via een meetkundige reeks, en een cartesisch product in set-builder notatie met een schets. *Compleet te zien op pagina 2.*

Vraag 2 · Verzamelingsidentiteit**4 punten**

Een verzamelingsidentiteit bewijzen uit twee gegeven relaties tussen de verzamelingen, met bij iedere stap een korte rechtvaardiging (definitie, wet of gegeven), nagekeken zoals dit vak bewijzen nakijkt.

Vraag 3 · Functies**4 punten**

Twee onderdelen: een kort bewijs over injectiviteit uit een functionele eigenschap, en een volledige behandeling van een gegeven functie: bereik, bewijs van bijectiviteit, inverse met controlestap en een schets van f en f^{-1} .

Vraag 4 · Inductie**4 punten**

Een inductiebewijs voor een recursief gedefinieerde rij, plus de vraag of wiskundige of volledige inductie nodig was en waarom.

Volledige Mock 1 bevat

- alle vragen van de mock
- volledige antwoordruimte
- uitgebreide modelantwoorden
- nakijkmodel punt voor punt
- richtlijnen voor deelpunten
- geaccepteerde alternatieve aanpakken waar van toepassing

Alle 3 mocks + nakijkmodellen

1 mock + nakijkmodel

€5

Alle 3 mocks + nakijkmodellen**€12,50****mockbank.net**

Onofficieel, onafhankelijk oefenmateriaal. Mockbank is niet verbonden aan of goedgekeurd door de Erasmus Universiteit Rotterdam. Er zijn geen echte EUR-tentamenvragen opgenomen.